

situés dans le plan XZ par exemple. Soit p la pression sur la face de l'émetteur dont l'expression est :

$$p = p_0 \sin \omega t$$

D'après la formule de Rayleigh, la pression en un point du récepteur peut alors s'écrire :

$$p(x, y, z, t) = \alpha \int_{\sigma} \frac{\sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}{r} d\sigma$$

où α est une constante qui n'intervient pas dans la phase de la pression captée par le récepteur. L'intégrale précédente s'étend à toute la surface σ de l'émetteur.

La pression résultante sur le récepteur s'obtient par une deuxième intégrale, mais cette fois effectuée sur la face du récepteur :

$$p(z, t) = \int_{\sigma'} p(x, y, z, t) d\sigma' = \alpha [A_1 \sin \omega t - A_2 \cos \omega t]$$

où

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_{\sigma'} \int_{\sigma} \frac{\cos(\vec{k} \cdot \vec{r})}{r} d\sigma d\sigma' \\ A_2 &= \int_{\sigma'} \int_{\sigma} \frac{\sin(\vec{k} \cdot \vec{r})}{r} d\sigma d\sigma' \end{aligned} \quad (10)$$

Nous voyons donc que la pression résultante a un retard de phase γ par rapport à celle de l'émetteur où γ est donné par :

$$\gamma = \arctg \frac{A_2}{A_1}$$

S'il n'y avait pas diffraction (ondes planes), ce retard γ serait dû uniquement à la vitesse finie de propagation entre l'émetteur et le récepteur. En fait, la diffraction contribue également à ce retard qu'on peut alors écrire :

$$\gamma(Z) = \frac{\omega}{V} Z + \delta\gamma$$

où $\delta\gamma$ représente le déphasage dû à la diffraction. A grandes distances Z telles que $Z \gg 2a$, où $2a$ est le diamètre de l'émetteur et du récepteur, la différence de marche entre les rayons les plus inclinés sur la normale commune OZ à l'émetteur et au récepteur et les rayons parallèles à cette normale tend vers zéro. Il en résulte que l'effet de la diffraction disparaît quand le récepteur s'éloigne indéfiniment de l'émetteur. Plus précisément, $\delta\gamma \rightarrow 0$ quand $Z \rightarrow \infty$ pour un diamètre $2a$ fini.

Pour faciliter le calcul de $\delta\gamma(Z)$ à partir des intégrales A_1 et A_2 , il convient de choisir pour le récepteur des distances Z telles que $Z = q\Lambda$, où q est un entier et Λ la longueur d'onde. Dans ces conditions, on peut écrire :

$$\delta\gamma(Z) = \arctg A_2/A_1 \quad \text{pour } Z = q\Lambda \quad (11)$$

2) **Évaluation du retard de phase dû à la diffraction.** — Pour cette évaluation, nous avons pris les données suivantes: Diamètre du transducteur émetteur-récepteur $2a = 12$ mm. Longueur d'onde $\Lambda = 0,2$ mm, ce qui

correspond à une fréquence d'environ 30 MHz pour la silice fondue.

Puisque le milieu est isotrope, le vecteur d'onde \vec{k} a un module constant quelle que soit sa direction, c'est-à-dire quelle que soit la direction de \vec{r} (voir fig. 8)

$$|\vec{k}| = \omega/V_0 = k_0$$

et

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_0 Z \sqrt{1 + \frac{1}{Z^2} [\rho^2 \sin^2 \varepsilon + (X - \rho \cos \varepsilon)^2]}$$

N'ayant pas de primitives, les intégrales A_1 et A_2 (formules (10)), ont été approchées par des sommes discontinues. A cette fin, l'émetteur a été divisé en certain nombre d'aires « élémentaires » égales dont les « centres » sont les points $M(\rho_n, \varepsilon_m)$ définis par :

$$\begin{aligned} \rho_n &= \sqrt{n} + \sqrt{n+1} & \text{où } n &= 0, 1, 2, \dots, 8 \\ \varepsilon_m &= 5(m+1/2) & \text{où } m &= 0, 1, 2, \dots, 35 \end{aligned}$$

où ρ_n est en millimètres et ε_m en degrés. Une aire élémentaire dont le « centre » est $M(\rho_n, \varepsilon_m)$ est définie par :

$$\begin{aligned} 2\sqrt{n} &\leq \rho \leq 2\sqrt{n+1} \\ 5m &\leq \varepsilon \leq 5(m+1) \end{aligned}$$

Par suite de la symétrie du problème, seule la moitié de l'émetteur a été prise en considération, soit la moitié $0 \leq \varepsilon \leq \pi$. De la même manière, il suffit de considérer les points $N(X_p, Z)$ du récepteur ayant $X > 0$. Ces points sont :

$$X_p = \sqrt{p} + \sqrt{p+1} \quad \text{où } p = 0, 1, 2, \dots, 8$$

X_p étant en millimètres. Les intégrales A_1 et A_2 (formules (10)) sont alors approximativement égales à :

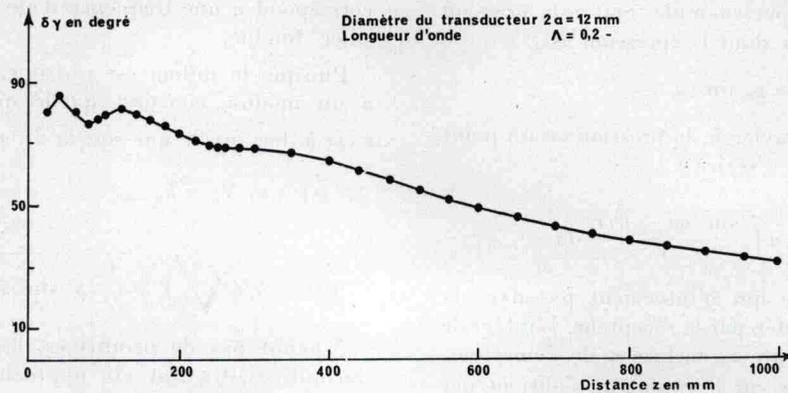
$$\begin{aligned} A_1 &\simeq C \sum_{p=0}^8 \sum_{n=0}^8 \sum_{m=0}^{35} \\ &\frac{\cos \left\{ k_0 Z \sqrt{1 + \frac{1}{Z^2} [\rho_n^2 \sin^2 \varepsilon_m + (X_p - \rho_n \cos \varepsilon_m)^2]} \right\}}{Z \sqrt{1 + \frac{1}{Z^2} [\rho_n^2 \sin^2 \varepsilon_m + (X_p - \rho_n \cos \varepsilon_m)^2]}} \\ A_2 &\simeq C \sum_{p=0}^8 \sum_{n=0}^8 \sum_{m=0}^{35} \\ &\frac{\sin \left\{ k_0 Z \sqrt{1 + \frac{1}{Z^2} [\rho_n^2 \sin^2 \varepsilon_m + (X_p - \rho_n \cos \varepsilon_m)^2]} \right\}}{Z \sqrt{1 + \frac{1}{Z^2} [\rho_n^2 \sin^2 \varepsilon_m + (X_p - \rho_n \cos \varepsilon_m)^2]}} \end{aligned}$$

avec $C = (2 \times 72) \Delta\sigma \Delta\sigma'$ où $\Delta\sigma$ et $\Delta\sigma'$ représentent l'aire « élémentaire » sur l'émetteur et sur le récepteur respectivement. $\Delta\sigma = \Delta\sigma' \simeq 0,174$ mm². D'ailleurs, seul le rapport A_2/A_1 intervient dans la formule (11) du retard de phase.

Le calcul de A_1 et A_2 a été fait sur ordinateur ⁽¹⁾. La figure 9 donne le retard de phase $\delta\gamma(Z)$ dû à la diffraction en fonction de la distance Z parcourue par

pour ce calcul, ainsi que pour celui concernant le silicium monocristallin.

⁽¹⁾ Nous remercions M. WARIGN, du Centre de Calcul de Bellevue, qui a bien voulu faire les programmes d'ordinateur

FIG. 9. — $\delta\gamma$ Retard de phase dû à la diffraction dans le silice fondu.

le signal entre l'émission et la réception. La courbe n'a pas été tracée dans la région $Z < 24$ mm où $\delta\gamma$ change de signe plusieurs fois. Cette partie est d'ailleurs d'un intérêt limité, puisque pour les échantillons de faible épaisseur, on intercale souvent un connecteur entre le transducteur et l'échantillon.

3) **Ordre de grandeur de l'effet de diffraction sur la vitesse.** — Prenons l'exemple d'un échantillon en silice fondue de 25 mm de longueur dans lequel on mesure la vitesse des ondes longitudinales à 30 MHz, à l'aide d'un transducteur émetteur-récepteur de 12 mm de diamètre. Supposons que l'on détermine la vitesse d'après une mesure de retard entre le premier et le dixième écho.

D'après la figure 9, on voit que le retard de phase dû à la diffraction est de 82° pour le premier écho ($Z=50$ mm), tandis qu'il est de 56° seulement pour le dixième écho. Tout se passe donc comme si la phase du dixième écho avait avancé de 26° par rapport à celle du premier. A une fréquence de 30 MHz, cette avance de phase correspond à une avance dans le temps $0,24 \cdot 10^{-2}$ microsecondes. Or, le retard dû à la propagation est de 75 microsecondes ($V = 6\,000$ m/s). On voit donc que l'erreur relative sur la vitesse introduite par diffraction est de $+3 \cdot 10^{-5}$. Dans cet exemple, cette erreur est faible comme on pouvait s'y attendre. En effet, le rapport entre le diamètre du transducteur et la longueur d'onde est grand (~ 60); le faisceau ultrasonore est donc peu divergent.

Il est à remarquer que cette erreur est toujours positive, c'est-à-dire que la diffraction conduit à une vitesse apparente supérieure à celle des ondes planes.

II-H. Calcul de l'effet de la diffraction sur la vitesse des ondes longitudinales se propageant suivant un axe binaire du système cubique. — Dans la figure 10 :

- OZ : est suivant l'axe binaire $[110]$,
- Ox et Oy : sont respectivement suivant $[001]$ et $[\bar{1}\bar{1}0]$,
- \vec{n} : vecteur unitaire parallèle à OZ,
- Ox' et Oy' : constituent avec \vec{k} un trièdre direct qui se confond (à une translation près) avec le trièdre $\{Oxyz\}$ quand \vec{k} prend la direction OZ,
- θ : angle que fait \vec{k} avec \vec{n} ,

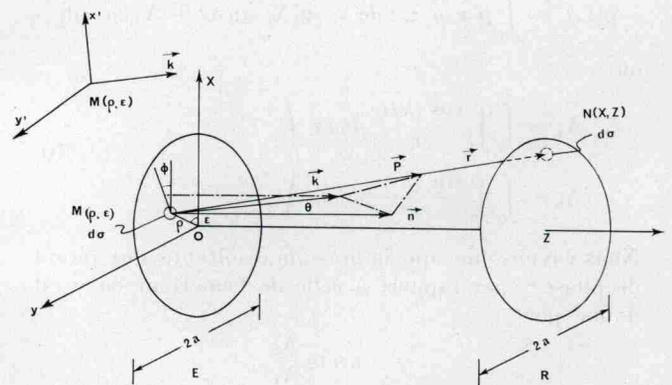


FIG. 10. — Diffraction suivant un axe binaire du système cubique.

Φ : angle que fait la projection de \vec{k} avec Ox dans le plan Oxy.

Le reste des notations est le même que dans la figure 8.

Dans un milieu anisotrope, le vecteur d'onde \vec{k} n'est pas nécessairement colinéaire avec le vecteur de Poynting \vec{P} . La relation entre ces deux vecteurs dépend de la symétrie du système cristallin. Dans le cas du système cubique et pour une direction \vec{k} quelconque, cette relation est trop compliquée pour nous être utile dans ce calcul approché. Par contre, elle se simplifie beaucoup si la direction de \vec{k} est suivant un axe de symétrie.

C'est pourquoi nous supposons par la suite que les inclinaisons de \vec{k} sur l'axe binaire Oz restent faibles ($\theta \leq 5^\circ$). Nous pourrions alors déduire la direction de \vec{k} à partir de celle de \vec{P} et *vice versa* en utilisant une méthode de perturbation introduite par Waterman [16].

Dans la plupart des cas, et en particulier le nôtre, cette restriction sur l'angle θ ne diminue en rien la possibilité d'exploiter les résultats que nous allons obtenir. En effet, dans notre dispositif expérimental, un barreau connecteur de 230 mm de longueur est interposé entre le monocristal en silicium et le transducteur, celui-ci ayant un diamètre de 12 mm. Par